
Mesure de similarité pondérée dans l'espace 2D: Application à la reconnaissance de visages

Chahrazed Rouabhia* — Hicham Tebbikh*

* Laboratoire d'Automatique et Informatique de Guelma-LAIG-
Université 8 mai 45 de Guelma
BP. 401, Guelma 24000, Algérie
c_rouabhia@yahoo.fr, tebbikh@yahoo.com

RÉSUMÉ. Cet article propose une nouvelle mesure de similarité pondérée basée sur des matrices pour la classification et la reconnaissance de visages. Le calcul de distances s'effectue entre deux matrices caractéristiques obtenues par deux méthodes bidimensionnelles à savoir l'Analyse en Composantes Principales (ACP2D) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL2D). Les poids de pondération utilisés sont l'inverse des valeurs propres de la matrice de covariance des matrices de visages triés dans l'ordre décroissant. Quant à la stratégie de classification des images test, elle est l'affectation au plus proche voisin. Pour évaluer les performances de la distance proposée, des tests de simulations ont été menés sur la base de visages internationale ORL. Cette dernière a été partitionnée en deux sous bases de 200 images chacune, l'une pour l'apprentissage et l'autre pour le test. Les résultats montrent l'efficacité et la supériorité de la distance pondérée vis-à-vis les distances de Yang et Frobenius.

ABSTRACT. This paper proposes a novel weighted matrix similarity measure for image face classification and recognition. The distance is measured between two feature matrices obtained by two-dimensional Principal Component Analysis (2DPCA) and two-dimensional Linear Discriminant Analysis (2DLDA). The weights are the inverse of the eigenvalues of the total scatter matrix of faces matrices sorted in decreasing order and the classification strategy adopted is the nearest neighbour algorithm. To test and evaluate the efficiency of the proposed similarity measure, experiments were carried out using the ORL image face database which was partitioned into two sets, one for training and the other for testing. The experimental results show the high performances of the weighted matrix distance metric over the Yang and the Frobenius distances.

MOTS-CLÉS: Classification, visages humains, mesure de similarité pondérée, ACP2D, ADL2D.

KEYWORDS: Classification, human faces, weighted similarity measure, 2DPCA, 2DLDA.

1. Introduction

Les systèmes de reconnaissance de visages comportent une étape de classification pour laquelle plusieurs classificateurs ont été adoptés. Parmi lesquels, on note les réseaux de neurones, les Modèles de Markov Cachés (HMM) et les Support Vectors Machines. Mais les plus utilisés, dès les premières approches (Turk et al., 1991) jusqu'aux plus récentes (Visani et al., 2004), sont ceux basés sur la distance Euclidienne au plus proche voisin; à cause de sa simplicité. Cependant, nous devons noter l'influence du choix des mesures de similarité sur la performance du système de reconnaissance (Zhao et al., 1998). En 2004, Yang a proposé une nouvelle méthode de classification basée sur le calcul de la distance Euclidienne entre deux matrices caractéristiques obtenues par l'analyse en composantes principale bidimensionnelle (ACP2D). Cette distance dont le principe sera présenté dans la section 2 est appelée par la suite distance de Yang. En 2005, Zuo (Zuo et al., 2005) a proposé la distance de la matrice assemblée (Assembled Matrix Distance: AMD) et démontré que c'est la généralisation des distances de Yang et de Frobenius (Yang et al., 2002). Dans cet article, nous proposons une nouvelle mesure de similarité pondérée pour la classification et la reconnaissance de visages. Cette distance est basée sur l'utilisation de matrices caractéristiques au lieu de vecteurs. Les matrices sont obtenues par des méthodes d'extraction de signatures bidimensionnelles à savoir l'analyse en composantes principale (ACP2D) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL2D). Quant à la pondération introduite, elle est effectuée par l'inverse des valeurs propres de la matrice de covariance. Pour évaluer l'efficacité de cette mesure de similarité, des tests expérimentaux et comparatifs entre les différentes distances à savoir la distance de Yang, de Frobenius et de l'Assembled Matrix Distance ont été menés sur la base de visages internationale ORL.

Cet article est réparti en six sections. L'introduction est suivie de la 2^{ème} section présentant les principes de l'ACP2D et de l'ADL2D. La 3^{ème} section est réservée à la classification et la présentation de mesures de similarité couramment utilisées dans le domaine de la reconnaissance de visages. Dans cette dernière, nous proposons le principe et l'idée de la distance pondérée basée sur les matrices. Quant à la 4^{ème} section, elle présente la base de visages ORL utilisée pour l'évaluation et la comparaison des tests expérimentaux. Les résultats de simulations avec les commentaires feront l'objet de la 5^{ème} section et enfin nous concluons.

2. Extraction de signatures

2.1 Principe de l'ACP2D

Proposée par Yang (Yang et al., 2004), l'ACP2D est la première méthode d'extraction de signatures et de réduction de dimensions basée sur l'analyse en composantes principales (ACP) mais qui traite directement les images de visages

comme des matrices sans avoir à les transformer en vecteurs comme l'exige les anciennes méthodes globales. Les auteurs (Yang et al., 2004) reportent que l'ACP2D présente une performance élevée en termes de reconnaissance, de temps de calcul et de reconstruction des images originales comparée à Fisherfaces, ICA, kernel PCA et Eigenfaces. Cependant cette supériorité n'a pas été théoriquement justifiée dans leur article. Pour un ensemble d'apprentissage de M matrices de visages, l'idée de cette technique est de projeter une matrice $X(n \times m)$ via une transformation linéaire telle que:

$$Y_i = X.R_i \quad [1]$$

où Y_i est dit vecteur composante principale de dimension $(n \times 1)$ et R_i est le vecteur de projection de taille $(m \times 1)$. Le vecteur optimal R_i de la projection est obtenu en maximisant le critère de variance totale généralisé:

$$J(R) = R^T . G_i . R \quad [2]$$

où G_i est la matrice de covariance des images de dimension $(m \times m)$ donnée par :

$$G_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (X_j - \bar{X})^T (X_j - \bar{X}) \quad [3]$$

avec X_j : la $j^{\text{ème}}$ image de la base d'apprentissage.

\bar{X} : l'image moyenne totale de toutes les images de la base d'apprentissage.

En général un seul axe de projection optimal n'est pas suffisant. On doit sélectionner un ensemble d'axes de projection tel que:

$$\begin{aligned} \{R_1, R_2, \dots, R_{d_1}\} &= \arg \max J(R) \\ R_i^T R_j &= 0, i \neq j, i, j = 1, \dots, d_1 \end{aligned} \quad [4]$$

Ces axes sont les vecteurs propres de la matrice de covariance G_i correspondant aux « d_1 » plus grandes valeurs propres. L'extraction des caractéristiques d'une image X par l'ACP2D se fait donc selon :

$$Y = X.R \quad [5]$$

où $R = [R_1 R_2 \dots R_{d_1}]$ est la matrice de projection et $Y = [Y_1 Y_2 \dots Y_{d_1}]$ est la matrice caractéristique de l'image X .

2.2 Principe de l'ADL2D

En s'inspirant de l'ACP2D (Yang et al., 2004), une autre méthode reposant sur l'analyse discriminante linéaire (ADL) a été introduite avec différents noms à savoir:

ADL2D orientée (Visani et al., 2004) qui se présente en deux versions; ADL2DoC (orientée en colonnes) et ADL2DoL (orientée en lignes) et ADF2D (Kong et al., 2005) avec ses deux algorithmes; LU2DFDA et RU2DFDA (Left-multiplying Unilateral et Right-multiplying Unilateral 2D Fisher Discriminant Analysis respectivement). Cette méthode est plus performante que l'ADL et corrige le problème de la singularité de la matrice de covariance intra-classes ce qui la rend applicable pour le problème de petite taille (Small Sample Size problem).

Pour une base d'apprentissage de M matrices de visages regroupées en C classes où chaque classe contient n_c images de visages de tailles $(n \times m)$, le principe (Visani et al., 2004) (Kong et al., 2005) des deux versions de l'ADL2D consiste à projeter toutes les images de la base sur une matrice de projection en maximisant un certain critère. Pour nos tests, nous avons adopté l'ADL2DoC pour laquelle la projection de chaque matrice de visage X est effectuée à gauche telle que $Z = L^T \cdot X$ est la matrice caractéristique de dimension $(d_2 \times m)$ où $L (n \times d_2)$ est la matrice de projection optimale maximisant le critère de Fisher généralisé :

$$L^* = \arg \max_{L \in \mathfrak{R}^{(n \times d_2)}} \left| \frac{L^T \Sigma_b L}{L^T \Sigma_w L} \right| \quad [6]$$

ayant pour colonnes, les d_2 premiers vecteurs propres de la matrice $(\Sigma_w^{-1} \Sigma_b)$ associés aux « d_2 » plus grandes valeurs propres.

Σ_w et Σ_b désignent respectivement les matrices intra et inter classes généralisées de la base d'apprentissage:

$$\Sigma_w = \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^{n_c} (X_i - \bar{X}_c)(X_i - \bar{X}_c)^T \quad [7]$$

$$\Sigma_b = \sum_{c=1}^C n_c (\bar{X}_c - \bar{X})(\bar{X}_c - \bar{X})^T \quad [8]$$

2.3 Choix du nombre de vecteurs propres

Le nombre de vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres à retenir est un grand défaut de cette technique. Pour le choisir, les chercheurs ont adopté différentes solutions parmi lesquelles on cite:

- Pour un ensemble de 115 images, Sirovitch et Kirby ont trouvé que 40 eigenpictures sont suffisantes pour représenter efficacement cet ensemble,
- Turk et Pentland (Turk et al., 1991) l'ont choisi heuristiquement. Pour leurs tests, sur une base de 16 individus, 7 vecteurs propres ont été retenus,
- Moghaddam (Moghaddam, 2002) a préservé, pour comparer différentes approches de reconnaissance de visages 20 vecteurs propres en justifiant

- son choix par une erreur de reconstruction raisonnable (0.0012) et un taux de reconnaissance 80% obtenu par eigenfaces sur une base de 1829 images,
- Zhao et al. ont retenu 300 vecteurs propres pour une base de 1038 images après avoir observé que pour un nombre très élevé, les eigenfaces ne représentent pas des visages, donc leur choix était basé sur l'allure des eigenfaces au lieu des valeurs propres.

Pratiquement, le choix de « d_1 » peut se faire soit en fixant un certain pourcentage K tel que:

$$\frac{\sum_{i=d_1+1}^n \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} < K$$

avec n le nombre total des valeurs propres ou on se basant sur le fait que la $i^{\text{ème}}$ valeur propre est égale à la variance le long de la $i^{\text{ème}}$ composante principale et on cherche donc « d_1 » le long du spectre des valeurs propres (eigenvalue spectrum) juste avant qu'il s'annule (Moghaddam, 2002).

Donc, les « d_1 » premiers vecteurs propres correspondant à « d_1 » valeurs propres les plus grandes est un paramètre critique sur lequel dépend la performance du système de reconnaissance de visages (temps de calcul et taux de reconnaissance) et aussi un critère d'évaluation (Moghaddam, 2002) de méthodes basées sur l'ACP. Son choix dépend des contraintes d'application liées au temps de calcul et au nombre des images de visages disponibles et aussi de la qualité des images de visages reconstruites.

3. Mesures de similarité

L'étape de classification est la phase dans laquelle le système de reconnaissance de visages assigne un visage test à une classe parmi celles de la base d'apprentissage selon un critère bien choisi. Dans cette section, nous présentons les distances usuelles les plus utilisées. Notons $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ et $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ deux vecteurs de \mathfrak{R}^n .

Les distances de Minkowski entre les vecteurs X et Y sont définies par:

$$d_p(X, Y) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p} \text{ avec } p \in \mathbb{N} \quad [9]$$

Pour $p=1$, la distance de Minkowski est appelée distance de Manhattan et est donnée par:

Ch.Rouabhia et H. Tebbikh

$$d_1(X, Y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad [10]$$

et pour $p = 2$, elle est dite distance Euclidienne et est définie par:

$$d_2(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad [11]$$

Notons également les distances de Mahalanobis ou distances pondérées utilisées pour les eigenfaces (Turk et al., 1991). Elles sont définies respectivement pour $p = 1$, et $p = 2$, comme suit:

$$d_{Mah1}(X, Y) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} |x_i - y_i| \quad [12]$$

$$d_{Mah2}(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} (x_i - y_i)^2} \quad [13]$$

avec λ_i les valeurs propres de la matrice de covariance triés dans l'ordre décroissant.

Dans (Turk et al., 1991), Yang a proposé une nouvelle mesure de similarité au plus proche voisin pour la reconnaissance de visages. La distance de Yang se base sur la classification de matrices caractéristiques obtenues par l'ACP2D. Cette distance a été, également, adoptée par Visani et al. (Visani et al., 2004) et Bengherabi (Bengherabi et al., 2008). Elle est définie pour deux matrices caractéristiques $Y_i = [y_1^{(i)} y_2^{(i)} \dots y_{d_1}^{(i)}]$ et $Y_j = [y_1^{(j)} y_2^{(j)} \dots y_{d_1}^{(j)}]$ comme suit:

$$d(Y_i, Y_j) = \sum_{k=1}^{d_1} \|y_k^{(i)} - y_k^{(j)}\|_2 \quad [14]$$

où $\|y_k^{(i)} - y_k^{(j)}\|_2$ désigne la distance Euclidienne entre les deux vecteurs composantes principales $y_k^{(i)}$ et $y_k^{(j)}$ d'où:

$$d(Y_i, Y_j) = \sum_{k=1}^{d_1} \left(\sum_{h=1}^n (y_{hk}^{(i)} - y_{hk}^{(j)})^2 \right)^{1/2} \quad [15]$$

avec $y_k^{(i)} = [y_{1k}^{(i)} y_{21}^{(i)} \dots y_{d_1k}^{(i)}]$ et $y_k^{(j)} = [y_{1k}^{(j)} y_{21}^{(j)} \dots y_{d_1k}^{(j)}]$

Pour un ensemble d'apprentissage de M matrices de visages où chacune est assignée à une identité (classe), une image test Y est affectée à la classe C_i de la matrice Y_i si:

$$d(Y, Y_i) = \min_j d(Y, Y_j) \quad [16]$$

Dans (Zuo et al, 2005), Zuo a proposé « l'Assembled Matrix Distance: AMD » définie par:

$$d(Y_i, Y_j) = \left(\sum_{k=1}^{d_1} \left(\sum_{h=1}^n (y_{hk}^{(i)} - y_{hk}^{(j)})^2 \right)^{p/2} \right)^{1/p} \text{ avec } p > 0 \quad [17]$$

pour laquelle la distance de Yang est obtenue pour $p = 1$ et la distance de Frobenius pour $p = 2$.

3.1. Mesures de similarité pondérées proposées

Nous proposons, dans ce paragraphe, une nouvelle mesure de similarité pondérée basée sur les matrices au lieu de vecteurs caractéristiques. Chaque colonne de la matrice caractéristique (vecteur composante principale) est multipliée par l'inverse de la valeur propre correspondant à son vecteur propre participant dans la projection comme suit:

$$d(Y_i, Y_j) = \left(\sum_{k=1}^{d_1} \left(\frac{1}{\lambda_k} \sum_{h=1}^n (y_{hk}^{(i)} - y_{hk}^{(j)})^2 \right)^{p/2} \right)^{1/p} \quad [18]$$

- pour $p = 1$, nous allons l'appeler distance de Yang pondérée.
- pour $p = 2$, nous l'appellerons distance de Frobenius pondérée.
- pour $p \in]0,1[$, nous obtenons des mesures de similarité fractionnaires appelés dans les paragraphes suivants AMD pondérée.

Pour la phase de classification, nous adoptons la stratégie d'affectation au plus proche voisin.

4. Base de visages utilisée: ORL

Pour comparer et tester les performances des mesures de similarité fractionnaires et pondérées, nous avons utilisé une base de visages internationale très utilisées dans le domaine de la reconnaissance de visages: ORL (Olivetti Research Laboratory). Cette dernière dont un extrait est représenté en figure 1 contient 40 personnes ayant chacune 10 vues différentes. Les images sont de dimensions (112×92) pixels. Nous l'avons partitionnée en deux sous bases de 200 images chacune l'une pour l'apprentissage et l'autre pour le test. Cette base est utilisée pour évaluer les systèmes de reconnaissance faciale en présence des variations dans les conditions d'illumination, des expressions faciales (sourire, yeux fermés), de pose et d'occultations partielles (port de lunettes).



Figure 1. Les 40 personnes de la base ORL

5. Simulations et discussion

Cette section détaille les résultats de simulations obtenus sur la base ORL avec les mesures de similarité fractionnaires et pondérées. Dans les paragraphes suivants, nous présentons en premier lieu les résultats obtenus sur la base ORL avec l'ACP2D pour l'extraction de signatures avant de présenter ceux obtenus avec l'ADL2D.

En examinant la figure 2, la distance de Yang ($p = 1$) et la distance de Frobenius ($p = 2$) sont moins dépendantes du choix de vecteurs propres que les autres mesures de similarité fractionnaires ($p = 0.125$, $p = 0.3$ et $p = 0.5$). Cependant ces dernières donnent des taux de reconnaissance plus élevés pour un nombre de vecteurs propres inférieur.

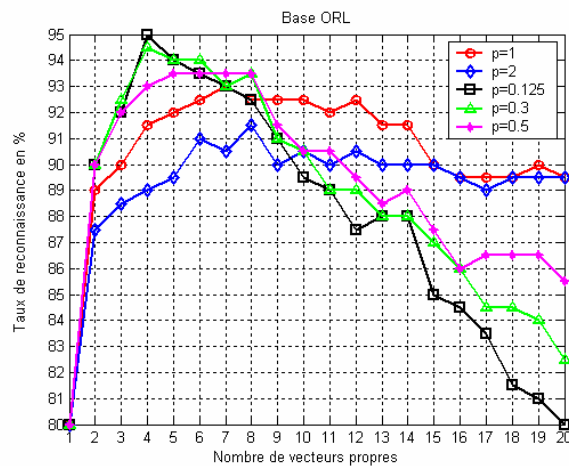


Figure 2. Evolution des taux de reconnaissance obtenus avec différentes distances en fonction du nombre de vecteurs propres

Mesure de similarité pondérée dans l'espace 2D

Nous avons, également, conduit des tests en appliquant les mesures de similarité pondérées dont la figure 3 présente l'évolution des taux de reconnaissance en fonction du nombre de vecteurs propres. Il est très clair que la distance de Frobenius pondérée est la moins performante et la AMD pondérée pour $p = 0.125$ est la plus performante. En augmentant le paramètre p , les taux diminuent que ce soit pour les mesures de similarité classiques ou pondérées.

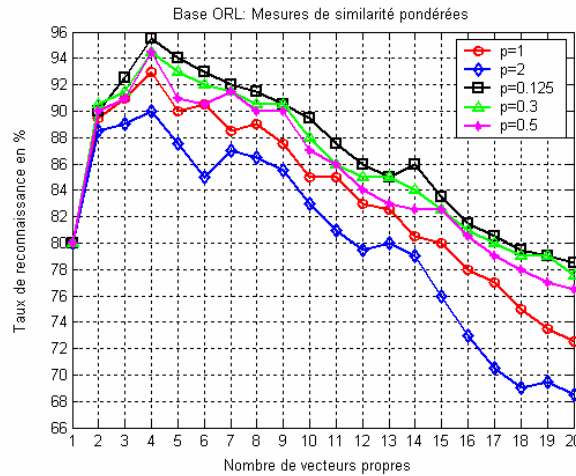


Figure 3. Evolution des taux de reconnaissance obtenus avec des distances pondérées en fonction du nombre de vecteurs propres

Le tableau 1 compare les meilleurs taux de reconnaissance obtenus par les différentes mesures de similarité classiques et pondérées. Nous reportons, entre parenthèses, le nombre de vecteurs propres retenu pour former les matrices caractéristiques.

Tableau 1. Comparaison des résultats obtenus avec l'ACP2D.

	$p = 0.125$	$p = 0.3$	$p = 0.5$	$p = 1$	$p = 2$
AMD	95.00 (112×4)	94.50 (112×4)	93.50 (112×5)	93.00 (112×7)	91.50 (112×8)
AMD Pondérées	95.50 (112×4)	94.50 (112×4)	94.50 (112×4)	93.00 (112×4)	90.00 (112×4)

Dans (Bengherabi et al., 2008), une étude comparative de trois méthodes à savoir l'ACP2D, DiaPCA et DiaPCA+ACP2D a été menée. Ces méthodes ont été appliquées sur des blocks obtenus par la DCT (Discrete Cosine Transform). Les résultats sont reportés et comparés dans le tableau 2 avec ceux de nos tests. Le

meilleur taux (95.50%) a été obtenu avec la distance pondérée pour $p = 0.125$ et 4 vecteurs propres seulement. Quant à (Bengherabi et al, 2008), il a obtenu également le même taux mais en appliquant DiaPCA+ACP2D et DiaPCA avec des blocks de taille 16×16 et la distance de Yang. Il est à noter que nous avons obtenu nos résultats avec moins d'effort pour la phase d'extraction de signatures vu que nous avons utilisé l'ACP2D seule. Quant à (Bengherabi et al, 2008), il a précédé l'extraction de caractéristiques par l'application de la DCT qui dépend également de la taille des blocks.

Tableau 2. Comparaison de taux de reconnaissance (en %).

ACP2D+distances Pondérée		ACP2D		DiaPCA+ ACP2D		DiaPCA	
$p = 0.125$	$p = 0.3$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 1$	$p = 2$
95.5	94.5	94.5	92.5	95.5	92.0	95.5	92.0

Pour mieux étudier les performances des distances pondérées, nous réservons la seconde partie de simulations à l'extraction de signatures par l'ADL2D. Les figures 4, 5 et 6 montrent clairement la supériorité des distances pondérées vis-à-vis les distances de Yang ($p = 1$), Frobenius ($p = 2$) et de l'AMD ($p = 0.125$) pour les premiers vecteurs propres retenus.

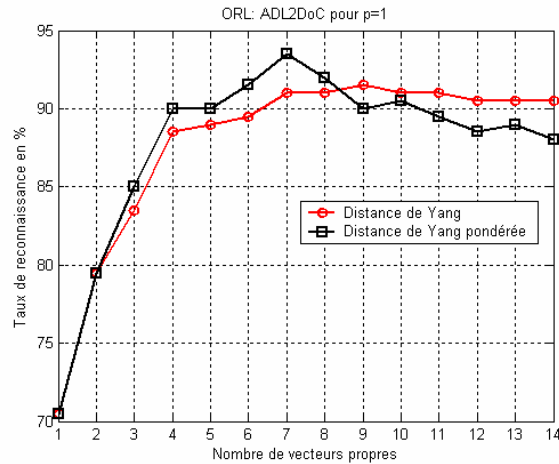


Figure 4. Evolution des taux de reconnaissance obtenus avec les distances de Yang et Yang pondérée en fonction du nombre de vecteurs propres

Mesure de similarité pondérée dans l'espace 2D

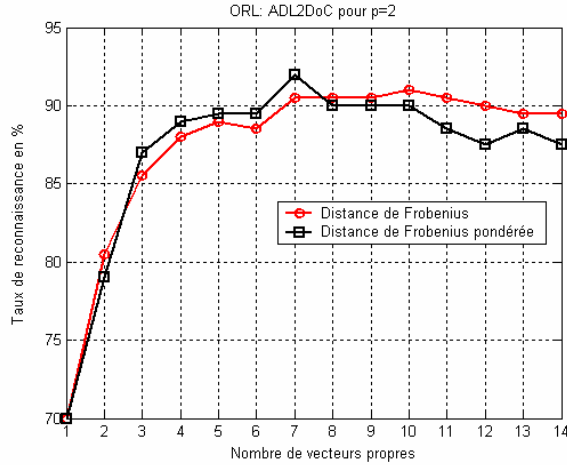


Figure 5. Evolution des taux de reconnaissance obtenus avec les distances de Frobenius et Frobenius pondérée en fonction du nombre de vecteurs propres

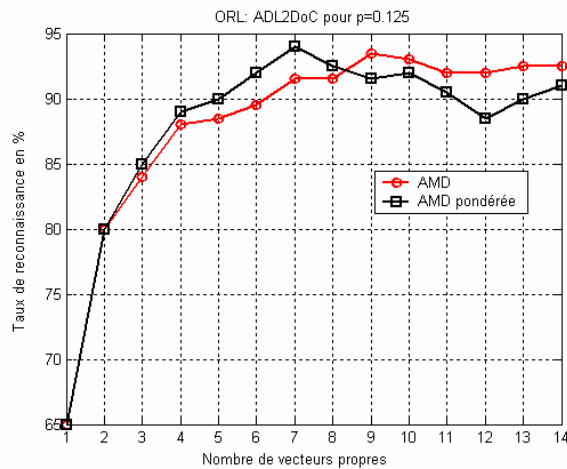


Figure 6. Evolution des taux de reconnaissance obtenus avec les distances AMD et AMD pondérée en fonction du nombre de vecteurs propres

Le tableau 3 récapitule et compare les meilleurs taux de reconnaissance obtenus avec les trois mesures de similarité avec, entre parenthèses, le nombre de vecteurs propres retenu. L'AMD pondérée dépasse l'AMD que ce soit en termes du taux de reconnaissance ou en celui du nombre de vecteurs propres retenu.

Tableau 3. Comparaison des distances avec l'ADL2DoC.

	Yang ($p = 1$)	Frobenius ($p = 2$)	AMD ($p = 0.125$)
AMD	91.5 (9×92)	91.0 (10×92)	93.5 (9×92)
AMD pondérée	93.5 (7×92)	92.0 (7×92)	94.0 (7×92)

6. Conclusion

Une nouvelle mesure de similarité entre deux matrices a été proposée pour la classification et la reconnaissance d'images de visages. Le principe consiste, en premier lieu, à extraire les signatures dans un espace bidimensionnel. Pour cela, nous avons comparé deux méthodes; l'analyse en composantes principales (ACP2D) et l'analyse discriminante linéaire (ADL2D). Les matrices caractéristiques ainsi obtenues seront par la suite utilisées pour le calcul de distances avec la stratégie de pondération proposée. Les poids sont l'inverse des valeurs propres triées dans l'ordre décroissant et l'affectation de visages test est effectuée au plus proche voisin. Les tests de simulations menés sur la base de visages ORL montrent l'efficacité et les performances des distances pondérées vis-à-vis les distances de Yang, Frobenius et AMD pour $p = 0.125$ que ce soit en terme du taux de reconnaissance et/ou en celui du nombre de vecteurs propres retenus. L'étape en cours est l'application des mesures de similarité pondérée sur la grande base de visages FERET.

7. Bibliographie

- Bengherabi M., Mezai L., Harizi F., Cheriet M., Guessoum A, «Face recognition based on 2DPCA, DIAPCA and DIA2DPCA in DCT domain », *The 5th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, IEEE SSD*, Amman, Jordan, July 20-23, 2008.
- Kong H., Wang L., Teoh E.K., Wang J-G and R.Venkateswarlu. «A Frame Work of 2D Fisher Discriminant Analysis : Application to Face Recognition with Small Number of Training Samples ». *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*, San Diego, USA, June 2005, pp.1083-1088.
- Moghaddam B., «Principal Manifolds and Bayesian Subspaces for Visual Recognition », *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(6):780-788, June 2002.
- The ORL face database at the AT&T (Olivetti Research Laboratory).<http://www.uk.research.att.com/facedatabase.html>.

Mesure de similarité pondérée dans l'espace 2D

- Turk M.A. and Pentland A.P., «Eigenfaces for Recognition», *Journal of Cognitive Neuroscience*, 3(1):71-86, 1991.
- Visani M., Garcia C., Jolion J.M., «Two Dimensional-Oriented Discriminant Analysis for Face Recognition », *In Proc.of the Int. Conf. On Computer Vision and Graphics ICCVG'04*, 1008-1017, 2004.
- Yang J., and Yang J.Y., «From image vector to matrix: a straightforward image projection technique – IMPCA vs. PCA », *Pattern Recognition*, vol. 35, pp. 1997-1999, 2002.
- Yang J.,Zhang D, Frangi A.F., Yang J-Y., «Two Dimensional PCA: A New Approach to Appearance-Based Face Representation and Recognition», *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.26, No.1, January 2004.
- Zhao W., Chellappa R., Krishnaswamy A., «Discriminant Analysis of Principal Components for Face Recognition», *In Proceedings, International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition*, 336-341, 1998.
- Zuo W., Wang K., Zhang D., « Assembled Matrix Distance Metric for 2DPCA-based Face and Palmprint Recognition», *Proceeding of 4th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Guangzhou, 18-21 August 2005.